

提出日: 2013年 2月 27日

重点領域名	10d 「数理・物理等基礎科学を中心とした未来開拓科学」		
研究課題名	非線形偏微分方程式研究		
プロジェクト研究所名	非線形偏微分方程式研究所		
研究代表者名	柴田良弘	主本属箇所名	理工学術院

## 1. 研究計画に基づく進捗状況

下欄には、**当該年度**の研究活動状況について、その具体的な内容を、公募申請書に記載した「研究計画」に照らし、記載してください。特に、「研究計画」の「研究グループの形成」、「研究方法」について、計画通り(上回って)進捗した点、進捗しなかった点をそれぞれ分けて記載してください。  
(※枠内でご記入ください。)

### 1) マクロの視点からの流体解析

#### 1-1) 流れの安定性解析 (計画通り)

昨年度に引続き物体後流に導入した攪乱の時間発展を記述する変数係数線型偏微分方程式の近似解について検討した。昨年度は渦度方程式に基づく定式化を行い、今年度はそれに基づいて Newton 法による数値計算を行い、ほぼ全ての領域で攪乱が減衰する結果を得た。そのため新たに Navier-Stokes 方程式に基づく解析を開始した。これをもとにした数値解析は来年度の課題である。

#### 1-2) 混相流研究 (計画通り)

一般領域でのストークス作用素の自由境界問題について、Weak Dirichlet Neumann 方程式が一意可解であるという仮定の下で、一般レゾルベント方程式の一意可解性と解の評価を求めた。この条件は必要十分である。さらに同様の仮定の下で、解作用素の R-有界性を示した。これに基づく自由境界問題の統一理論の構築は来年度の課題である。

#### 1-3) 分散型方程式研究 (計画通り)

超伝導のギンツブルグ・ランダウ方程式系の初期値問題の時間局所的弱解の接続条件や一意性について研究した。また空間二次元の非線型クライン・ゴルドン方程式系の二次の相互作用に関する零条件の代数的構造を質量共鳴の視点から解明し、散乱理論をエネルギークラスで構築した。一方、冪乗型と呼ばれる非線形項を持つ半線形熱方程式における解の爆発時刻について、特にある方向に対して初期温度分布が空間遠方で減衰していない場合において解析を行った。手法は方程式の解に関する積分量を解析する「Kaplan 法」と呼ばれる手法を改良した。その結果幾つかの初期温度分布に対して爆発時刻の同定に成功した。また空間非一様な効果を持つ非線形項を有する 3 連立冪乗型反応拡散方程式系の解の爆発現象について研究を行い、冪乗型と呼ばれる非線形項に対する解の爆発条件を具体的に与えることに成功した。

#### 1.4) 非線形楕円型方程式研究 (計画通り)

特異摂動下の非線形シュレディンガー方程式に対して凝集解の構成を行った。ここで開発した方法は Lyapunov-Schmidt reduction method に代わる局所的な変分法による解の構成

## 1. 研究計画に基づく進捗状況 (つづき)

法であり、非常に広いクラスの問題に適用可能である。

1-5) 有限要素法、境界要素法による流体数学研究 (計画通り)

2次元の円柱周りの定常 Oseen 方程式について有限要素法による数値解析を行った。線形反復解法として GMRES 法を用いることで Reynolds 数が 100 程度まで双子渦を再現することに成功した。3次元の球体周りのケースについても同様の数値解析を実施し、Reynolds が 20 程度の場合まで渦の再現が可能であることを確認した。また Oseen 方程式のための圧力安定化特性曲線有限要素スキームを提案し、その安定性・収束性を示した。特に拡散係数への依存性を明確にし、高 Reynolds 数問題に対して強靱であることを示した。領域分割手法を用いた際の連立一次方程式の求解について、最小残差に基づく手法が有効であることを示した。

### 2) メゾの視点からの流体解析 (計画通り)

境界面に揺らぎを考慮した単一気泡のダイナミクスに関して確率的なレイリー・プレセット・ケラー方程式を提案した。さらに、単一気泡を超音波振動子で加振し、そのリバウンド現象を観測した。特に、気泡が圧壊する際に生じる衝撃圧を計測し、リバウンドに伴う衝撃波が発生していることを確認した。また、医療用のメスとして応用されるレーザーを用いて、レーザー誘起パルスウォータージェット発生装置を開発した。これを用いて、パルスウォータージェットに関する基本特性の実験と観測を行った。また、粒子法に基づく数値計算コードを開発し、Wijnngarrden の気泡流モデルを用いた気泡クラウドのリバウンド現象の解析を行った。また、ナノ気泡の発生から崩壊に至る素過程を明らかにするために、単原子モデルであるレナード・ジョーンズ粒子を用いた分子動力学計算によって、気泡の自然発生が可能であることを数値的に見出した。さらに、分子動力学法によって、ハミルトン系として定式化されるミクロなモデルにおいても、マクロなモデルであるナビエ・ストークス方程式から導かれるレイリー・プレセット方程式と同様に、気泡の発生から崩壊までの間で、リバウンド現象を観測できた。並進と回転運動を伴う水分子についてもナノ気泡の凝縮について数値解析を行った。一方、超球モード解析とよぶ多体系の運動解析の手法を用いて、希ガス原子の集合体 (クラスター) の異性化および解離反応のメカニズムを解析した。特に分子動力学法と超球モード解析を用いて、まずクラスターが大振幅運動によって構造転移する際には、特定の回転半径モードが強く活性化する必要があることを確認した。さらに、大振幅運動の直前には、特定のねじり・ずりモードが内部遠心力によって特定の回転半径モードを駆動していることが分かった。

#### その他:

・非線形偏微分方程式研究の中心地となるべく、流体数学セミナー、応用解析研究会等の通常の研究会を積極的に行った。また学振の事業である日独共同大学院プログラムによる第5回および第7回日独共同流体数学国際会議を主催した。また3件の国際会議: CONFERENCE ON Evolution Equations, Related Topics and Applications, International Workshop "Mathematical Fluid Dynamics and Nonlinear Wave" および International Conference on the Mathematical Fluid Dynamics on the occasion of Professor Yoshihiro Shibata's 60th birthday を主催した。

・数学と企業の連携も研究所、ひいては早稲田数学の発展に重要である。これについても数学・産業界連携セミナーを恒常的に行っている。