

流体数学研究

研究代表者 柴田 良弘
(理工学研究所, 基幹理工学部・数学科 教授)

1. 研究課題

近年 Navier-Stokes 方程式の大規模数値シミュレーションが可能になり, 様々な工業製品の設計が行われている. これはこの方程式の信頼性を実証するものであるが, Navier-Stokes 方程式の Leray-Hopf 弱解の一意的証明がミレニアム問題となっているように, 数学的には未解明のことが非常に多く, 基礎理論の構築には真に新しいアイデアの創出が要求される. 本研究では Navier-Stokes 方程式の自由境界問題の数学解析や, 流れの安定性の数学理論の構築および信頼性の高い数値解析手法の確立を目指す. 応用としてキャビテーション現象の解明や流体騒音制御などを意図しており, 流れのメカニズムを数学的に解明することで, より独創的な設計への道が開かれると期待される. さらに多重スケールの関わる複雑な現象を記述する基礎方程式として, 本質的に確率項を含むメゾレベルの Navier-Stokes 方程式を導出し, それに対する数学解析および数値解析の手法を構築する.

2. 主な研究成果

キャビテーション現象解析の基礎となる単一気泡の挙動を記述する複数の方程式の数学解析および数値解析を進めた. 最も古典的な Rayleigh-Plesset 方程式は非粘性液体中では周期解を持ち, 粘性液体中では時間減衰するエネルギーを持つことを見出し, 大域解の存在や気泡の振動回数など基本的な事柄について厳密に数学的な証明を与えた. また現実の流体中の気泡には様々な外力がノイズとして加わることを考慮し, ノイズが加わった時でも適当な条件下で解がやはり安定にふるまうことを示した. さらに気泡からの圧力波の放射を考慮した Keller 方程式に対しても同様の結果を得た. いずれの方程式に対しても精度の高い数値計算を実行し, 圧力波の伝播過程を定量的に評価することができた.

流れの安定性解析に関し, 円柱周りの定常一様流に関する固有値問題を数値計算によって解析した. その結果, 実験で知られている臨界レイノルズ数に十分近いレイノルズ数で第一固有値の実部の符号が変わることを確認した. さらに第一固有ベクトル場の構造を解析し, 局所的な振幅と波数の変化の空間スケールが渦のスケールに比べて十分に大きいという WKB 近似が精度よく成立することも確認した. さらに波群に乗った系における第一固有ベクトル場の振幅の空間変化が, 亜臨界でも超臨界でも Reynolds 数によらずほぼ同一のプロファイルに乗っているという事実を見出した.

また数値解析に関しては, Navier-Stokes 方程式に対する安定化特性曲線有限要素スキームについて, 時間刻み幅と空間刻み幅の間のある条件の下で安定性と誤差評価を証明した. 確率解析に関しては, 上記の単一気泡の挙動にノイズを加えた場合の考察に加え, Young 図形の運動について流体力学極限の周りの非平衡揺動問題を論じ, 極限の線形確率偏微分方程式を求めた. また体積を保存する微分同相写像上の 1 パラメータ変換群に関する変分原理より Euler 方程式を導出する V. I. Arnold の結果を元に, 流れがブラウン運動によって摂動する場合に同様の考察を行うことによりランダムな臨界点の形式的な時間微分として確率 Euler 方程式が現れることを論じた.

3. 共同研究者

小澤 徹 (先進理工学部応用物理学科教授) 小藪 英雄(基幹理工学部数学科教授)
 山崎 昌男(基幹理工学部数学科教授) 田端 正久(基幹理工学部数学科教授)
 吉村 浩明(基幹理工学部機械科学航空学科教授) 舟木 直久(東京大学大学院数理科学研究科教授)
 柳尾 朋洋(基幹理工学部機械科学航空学科准教授) 野津 裕史(高等研究所講師)
 鈴木 幸人(基幹理工学部数学科主任研究員) 及川 一誠(基幹理工学部数学科次席研究員)
 大縄 将史(重点領域研究機構研究助手) 横山 聡(東京大学大学院数理科学研究科特任研究員)

4. 研究業績

4.1 学術論文

Y. Shibata, “Generalized Resolvent estimates of the Stokes Equations with first Order Boundary Condition in a General domain”, J. Math. Fluid Mech. 15 (2013), 1-40.

Y. Enomoto, Y. Shibata, “On the R-sectoriality and the initial boundary value problem for the viscous compressible fluid flow”, Funkcialaj Ekvacioj 56 (2013), 441-505.

Y. Enomoto, L. von Below, Y. Shibata, “On some free boundary problem for a compressible barotropic viscous fluid flow”, Annali dell’Universita di Ferrara (2013), DOI:10.1007/s11565-013-0194-8.

Y. Shibata, “On the R-boundedness of solution operators for the Stokes equations with free boundary condition”, Differential and Integral Equations 27 (2014), 313-368.

他多数

4.2 総説・著書

M. Sugimoto and T. Ozawa (Eds.), “Harmonic Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations”, RIMS Kokyuroku Bessatsu B42, 170pp (2013).

Y. Giga, S. Jimbo, T. Ozawa, K. Tsutaya, Y. Tonegawa, H. Kubo, T. Sakajo, and H. Takaoka(Eds.), “Proceedings of the 38th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations”, Hokkaido University Technical Report Series in Mathematics, 159, 84pp (2013).

田端正久, 応用数理ハンドブック, 朝倉書店, 東京, 2013.(分担執筆).

小藪英雄, “微分方程式の適切性 解の存在と一意性が意味するところ”, 数理科学 2013 年 4 月号, 14-19.

4.3 招待講演

Y. Shibata, “On some evolution problem for two phase viscous flows: compressible and incompressible case”, International Conference on Mathematical Hydrodynamics and Parabolic Equation, Steklov Institute of Mathematics, St. Petersburg, Russia, Sep. 2013. 他

T. Ozawa, “Mass resonance in a system of nonlinear Schrödinger equations”, Linear and Nonlinear PDE, Univ. of Pisa, August, 2013. 他

H. Kozono, “Leray’s problem on D-solutions to the stationary Navier-Stokes equations past an obstacle”, The Asian Mathematical Conference 2013, Busan, Korea, June 2013. 他

M. Yamazaki, “Stability of stationary solutions to the two-dimensional Navier-Stokes exterior problem”, 京都大学数理解析研究所研究集会「非圧縮性粘性流体の数理解析」, Nov. 2013.

M. Tabata, An energy-stable Galerkin-characteristics interface-tracking scheme for two-fluid flow problems, The 5th Int'l Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, Eivissa Conference Center, Santa Eulalia, Spain, June 19, 2013. 他
 H. Yoshimura, Discrete Lagrangian Systems and Variational Integrators for Interconnected Systems, Geometry and Physics XII -- Geometric Mechanics, Sanya in China, March, 2014. 他
 T. Funaki, "Invariant measures for a linear stochastic heat equation related to the KPZ equation", Perspectives in Analysis and Probability - Opening Conference, Lebesgue Center of Mathematics, University of Rennes, Apr. 2013. 他
 T. Yanao, "Geometric Effects in Shape Dynamics of Complex Molecular Systems", First Int'l Symposium on Computational Materials and Biological Sciences, Tokyo, Sep. 2013. 他
 M. Ohnawa, "Asymptotic stability of traveling waves in a radiating gas model for initial data with multiple discontinuities", Fourth Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, Tokyo, Sep., 2013.

他多数

4.4 受賞・表彰

及川一誠, 日本応用数理学会第 10 回若手優秀講演賞(2013 年度)

4.5 学会および社会的活動

柴田 良弘, 国際会議主催, "Japanese-German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics", 第 8 回(2013 年 6 月 17 日-20 日), 第 9 回(2013 年 11 月 5 日-8 日), 於早稲田大学 他
 小澤 徹, 国際会議組織委員, "The Asian Mathematical Conference 2013", PDE Session, June 30-July 4, 韓国, 9th ISAAC Congress, IV.3. Nonlinear PDE, August 5-10, ポーランド 他
 小菌 英雄, 日本数学会 理事, 科学研究費専門委員, Journal of Mathematical Fluid Mechanics, editorial board, Journal of Mathematical Fluid Mechanics, editorial board 他
 舟木 直久, 日本数学会 理事長, 大学評価・学位授与機構 学位審査会専門委員, Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations, editor, 岩波書店「数学叢書」編集顧問 他
 野津 裕史, 日本応用数理学会論文誌 編集委員.

他多数

5. 研究活動の課題と展望

キャビテーションの解析に関しては, より詳細な物理過程を考慮するために一方の相, または両相とも Euler 方程式や Navier-Stokes 方程式で解いた時の結果と縮約系を比較し, 多数の気泡を含む際に縮約方程式を用いることの是非を検討する. さらに無数の気泡を含む流れ場を解析するため数密度モデルなど, 大規模流れと小さな気泡群の相互作用を表現するモデルを数学的に解析する.

流れの安定性解析に関して臨界レイノルズ数の近辺で第一固有ベクトル場によるエネルギーおよびエンストロフィーのフラックスを解析し, 絶対不安定と安定の違いが生じる機構を解析する.

数値解析に関しては領域が変形する問題について研究を進める予定である. また確率解析に関しては, ブラウン運動に限らず, また空間にも依存するより一般のノイズを加えた場合に現れる確率偏微分方程式を導出し, 解の一意性とその性質を検討することなどを予定している.